

BŁĘDY METODY FILMOWEJ POMIARU PARAMETRÓW CHODU

Przedstawiony tekst jest częścią monografii doktorskiej:

Winiarski Sławomir *Biomechaniczne parametry chodu człowieka po rekonstrukcji więzadła krzyżowego przedniego* (monografia doktorska). Akademia Wychowania Fizycznego we Wrocławiu, 2007.

Oszacowanie błędów zastosowanej metody, to istotne zagadnienie podczas wykonywania pomiarów. Skąd mamy pewność, że badanie dało rzetelne wyniki? Jakie są gwarancje, że uzyskane parametry chodu odzwierciedlają rzeczywisty stan narządu ruchu człowieka?

W wyniku pomiaru wielkości fizycznej nie uzyskujemy zasadniczo jej rzeczywistej wartości. Składa się na to wiele powodów, zależnych od metody pomiaru, użytych przyrządów pomiarowych, obserwatora, itp. Każdy pomiar obarczony jest **niepewnościami pomiarowymi** (lub potocznie: błędami pomiarowymi).

Występują dwa zasadnicze rodzaje niepewności pomiarowych: niepewności systematyczne i niepewności przypadkowe. Zwykle w każdym pomiarze występują one łącznie, składając się na **niepewność całkowitą**.

Niepewność pomiarowa jest miarą rozrzutu wyników pomiaru pewnej wielkości fizycznej. Wielkości fizyczne wyznaczone bezpośrednio za pomocą odpowiednich przyrządów pomiarowych, to wielkości **proste** lub **bezpośrednie**. Do parametrów bezpośrednich, wykorzystywanych w niniejszym badaniu, zaliczamy masę (ciężar ciała zmierzony na wadze laboratoryjnej, lub platformie tensometrycznej), wysokość ciała (zmierzona na skali linijki pomiarowej), współrzędne położenia znacznika filmowania (uzyskane z obrazu filmowego kamery), siła reakcji bezpośrednio zmierzona na platformie tensometrycznej.

Parametry fizyczne uzyskane poprzez zależność funkcyjną, czyli niezmierzone bezpośrednio, to wielkości **pośrednie**. Do wielkości pośrednich zaliczymy wszystkie inne parametry chodu zależne albo od masy, wysokości ciała (bezwymiarowe wskaźniki chodu) lub wielkości zależne od wyznaczonych położzeń markerów i częstotliwości filmowania (kąty stawowe, prędkości i przyspieszenia liniowe i kątowe znaczników, czasy charakterystycznych faz chodu, wyliczona siła reakcji, itp.).

Niepewności systematyczne pomiarów bezpośrednich

O pomiarze bezpośrednim mówimy wtedy, gdy wartość liczbową pewnej wielkości odczytana być może bezpośrednio z przyrządu pomiarowego. Przyrządy pomiarowe

budowane są w taki sposób, aby wyniki pomiarów wielkości x nie różniły się od wartości rzeczywistej x_r więcej niż o wartość najmniejszej działki na przyrządzie x . Wartość rzeczywista pomiaru mieści się zatem w przedziale $(x - \Delta x, x + \Delta x)$. Dokładność Δx stanowi maksymalną wartość niepewności systematycznej wnoszonej przez przyrząd.

Niepewność systematyczna dla **linijki milimetrowej** wynosi zatem: **$\Delta l = \pm 1 \text{ mm}$** . Maksymalny błąd względny¹ pomiaru wysokości ciała wyniesie zatem ok.: **$\Delta l/l = 0,05\%$**

W przypadku analogowych mierników elektronicznych, różnicę pomiędzy wynikiem pomiaru a wartością rzeczywistą znajdujemy posługując się liczbą zwaną **klasą przyrządu**. Klasą przyrządu nazywamy wyrażony w procentach stosunek niepewności systematycznej (Δx) do pełnego zakresu wychylenia miernika (Z).

$$K = \left| \frac{\Delta x}{Z} \right| \cdot 100\% \quad (\text{R. 1})$$

Na tej podstawie całkowita niepewność systematyczna (niepewność wynikająca z klasy przyrządu i niepewności odczytu) dla **wagi laboratoryjnej** wynosi:

$$\Delta Q = \frac{K \cdot Z}{100} + \Delta O = \frac{0,0004 \cdot 250 \text{ kg}}{100} + 0,01 \text{ kg} = \pm 0,011 \text{ kg} \text{ (kilogramów siły)}.$$

Maksymalny błąd względny wyznaczenia ciężaru ciała nie powinien przekroczyć **$\Delta Q/Q = 0,01\%$** .

Niepewność pomiarowa systematyczna **platformy tensometrycznej Kistler**, Model:9286A określona jest przez producenta² na $\pm 10 \text{ mN}$ (miliniutonów), czyli **$\Delta F = \pm 0,01 \text{ N}$** . Przy czym zakres pomiaru siły według specyfikacji producenta wynosi od $-2,5$ do $2,5 \text{ kN}$ (kiloniutonów) dla składowych poziomych F_x i F_y oraz od 0 do 10 kN dla składowej pionowej F_z .

Wartość maksymalna względnej niepewności pomiarowej w chodzie, np. dla pomiaru siły reakcji rzędu ok. $F_{\max} = 120\% \cdot 100 \text{ kg} \approx 1180 \text{ N}$ wynosi ok. **$\Delta F/F = 8 \cdot 10^{-4} \%$** . Platforma tensometryczna, jak widzimy, jest urządzeniem bardzo precyzyjnym i przez to niezmiernie czułym na wszelkie zakłócenia zewnętrzne (np. drgania podłoża, przepięcia instalacji elektrycznej).

Człowiek wnosi niezależny przyczynek do niepewności systematycznej. Wkład **czynnika ludzkiego** do niepewności systematycznej jest zazwyczaj mniejszy od dokładności przyrządu pomiarowego. Przy pomiarze odległości (np. wysokości ciała) popełniamy zwykle błąd

¹ Maksymalny błąd względny jest niepewnością pomiarową względem maksymalnej wielkości zmierzonej w zakresie wyników pomiarowych wyrażony w procentach

² <http://www.kistler.com/> (Model=App.9286A)

paralaksy. Niepewność pomiarowa platformy tensometrycznej zależy dodatkowo w dużej mierze od dokładności kalibracji urządzenia przez użytkownika. Podobnie w rejestracji obrazu bardzo ważna jest poprawna kalibracja przestrzeni filmowania oraz zagwarantowanie stałych pozycji kamer przez cały czas trwania eksperymentu. Omówienie tego problemu poświęcony zostanie osobny podrozdział.

Niepewność pomiarowa rejestracji filmowej

Niepewność pomiarową wyznaczenia współrzędnych znacznika w rejestracji filmowej zaliczamy do błędów systematycznych bezpośrednich. **Bezwzględna niepewność całkowita** ustalenia **położenia markera** względem przyjętego układu odniesienia (ΔC) zależy od bezwzględnej niepewności wyznaczenia początku układu współrzędnych (ΔU), bezwzględnej niepewności lokalizacji punktu na ekranie monitora (ΔL) i bezwzględnej niepewności wyznaczenia skali obrazu (ΔK) (Tokarczyk i Huppert, 2006). Zgodnie z kryterium średniokwadratowym (Fidelus i wsp., 1997) związek ten można wyrazić następującym wzorem:

$$\Delta C = f(\Delta U, \Delta L, \Delta K) = \sqrt{\Delta U^2 + \Delta L^2 + \Delta K^2}. \quad (R. 2)$$

Niepewność ustalenia początku układu współrzędnych (ΔU) jest sumą błędów apertury, czyli wyznaczenia średnicy markera na układzie odniesienia (A) oraz błędów ziarnistości, czyli kwantowania wymiarów rzeczywistych (Z):

$$\Delta U = A + Z. \quad (R. 3)$$

Przy czym
$$Z = k \cdot \frac{e}{E} \quad (R. 4)$$

oraz
$$A = 3 \cdot k \cdot \frac{e}{E}, \quad (R. 5)$$

gdzie $k = \frac{H}{h} = \frac{1000mm}{159,4mm} = 6,27$ jest współczynnikiem skali pomniejszenia obrazu filmowego

w stosunku do wymiaru rzeczywistego, $e=73mm$ współrzędną punktu na ekranie, $E=540$ liczbą linii (pikseli) analizowanego obrazu w pionie. Łącząc te informacje otrzymamy ostatecznie:

$$\Delta U = 4 \cdot k \cdot \frac{e}{E} \approx \underline{\underline{3,4 \text{ mm}}}. \quad (R. 6)$$

Niepewność lokalizacji znacznika na ekranie monitora (ΔL) jest sumą niepewności wyznaczenia średnicy analizowanego markera na cieple osoby badanej (B) i ziarnistości obrazu (Z):

$$\Delta L = B + Z, \quad (R. 7)$$

gdzie
$$B = 3k \cdot \frac{e}{E} \quad (R. 8)$$

oraz
$$Z = k \cdot \frac{e}{E}. \quad (R. 9)$$

Biorąc przykładowe położenie znacznika $e=73mm$ wartość bezwzględna lokalizacji punktu na ekranie monitora (ΔL) wyniesie:

$$\Delta L = 4 \cdot k \cdot \frac{e}{E} \approx \underline{\underline{3,4 \text{ mm}}}. \quad (R. 10)$$

i równa jest w tym przypadku wartości niepewności ustalenia początku układu współrzędnych ΔU .

Niepewność wyznaczenia skali obrazu (ΔK) wynika ze wzoru na wartość względną:

$$\frac{\Delta K}{k} = \frac{\Delta H}{H} + \frac{\Delta h}{h}, \quad (R. 11)$$

gdzie $k=6,27$ jest znanym nam współczynnikiem skali pomniejszenia, $H=1000mm$, $h=159,4mm$, $\Delta H = \text{MAX}(\Delta H_1 + \Delta H_2) = 2mm$ maksymalny bezwzględny błąd, jaki można popełnić wyznaczając wysokość odcinka układu kalibracyjnego ($\Delta H_1 = \Delta H_2 = 1mm$: 1 podziałka skali linijki), $\Delta h = 2 \cdot k \cdot \frac{e}{E} = 0,27mm$ bezwzględny błąd wyznaczenia wysokości układu na ekranie monitora.

Stąd
$$\Delta K = k \cdot \left(\frac{\Delta H}{H} + \frac{\Delta h}{h} \right) = \underline{\underline{0,02 \text{ mm}}}. \quad (R. 12)$$

Podsumowując, wartość bezwzględna niepewności całkowitego wyznaczenia współrzędnych punktu filmowania (ΔC) wynosi:

$$\Delta C = \sqrt{3,4^2 + 3,4^2 + 0,02^2} [mm] = \underline{\underline{4,8mm}}. \quad (R. 13)$$

Dokładność wyznaczenia początku układu współrzędnych ΔU oraz środka znacznika filmowania ΔL ulega zwiększeniu poprzez numeryczne wygładzenie jego trajektorii. Przy wyliczaniu długości odcinków oraz zakresów kątowych wypadkowa niepewność pomiarowa może się zwiększać albo się redukować.

Błędy precyzji umieszczenia markerów

Osobną grupą błędów losowych stanowią błędy precyzji umieszczenia markerów na ciele osoby badanej. Błędy te wnoszone są przez osobę instalującą znaczniki i związane są z odchyleniem położenia znacznika względem osi stawu. Innym źródłem błędu jest błąd położenia markera w związku z przesuwaniem się skóry (na której przyczepiony jest znacznik) w stosunku do osi stawu podczas ruchu kończyny. Niedopuszczalne jest umieszczanie znaczników na ubraniu – nawet mocno przylegającym do ciała.

W kilku krokach przeprowadzony zostanie rachunek błędów precyzji wyznaczenia położenia markera oraz konsekwencja tego błędu w obliczaniu innych parametrów chodu.

Błąd absolutny położenia markera szacujemy w następujący sposób. Niech δr oznacza maksymalny błąd, jaki można popełnić przy umieszczaniu znacznika w stosunku do pozycji prawidłowej (Rycina 53). Załóżmy że błąd ten równy jest niepewności pomiarowej i wynosi $\delta r = 1\text{mm}$. Pomiedzy znacznikiem kolana i biodra tworzy się stożek niepewności pomiarowych (Rycina 53, z lewej) o średnicy podstawy $\delta r = 1\text{mm}$. Dla założonej długości uda $l_u = 500\text{mm}$ i przy rozważeniu trójkąta prostokątnego³ zbudowanego na odcinkach $\frac{1}{2}\delta r$, $\frac{1}{2}l_u$ jako przyprostokątne i $\frac{1}{2}l_u$ jako przeciwprostokątna maksymalny błąd położenia kąтового znacznika (kąt rozwarcia stożka) wyniesie:

$$\frac{\delta\alpha}{2} \approx \sin \frac{\delta\alpha}{2} = \frac{\frac{1}{2}\delta r}{\frac{1}{2}l_u}, \quad \text{stad} \quad \delta\alpha \approx \frac{2 \cdot \delta r}{l_u} = 0,004 \text{ rad} \approx 0,2^\circ. \quad (\text{R. 14})$$

Kąt w stawie kolanowym (β) może zostać zatem niedoszacowany lub przeszacowany z maksymalnym błędem $\pm\delta\beta = 2\delta\alpha = \underline{0,4^\circ}$, przy założeniu, że długość podudzia jest równa długości uda $l_u = l_{pu}$.

Przy wyliczaniu prędkości kątovej korzysta się z operatora pochodnej. Maksymalny błąd względny wyznaczenia prędkości kątovej można wyznaczyć metodą różniczki zupełnej⁴:

$$\omega = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\Delta t} = f(\alpha_1, \alpha_2, t) \quad \text{i} \quad (\text{R. 15})$$

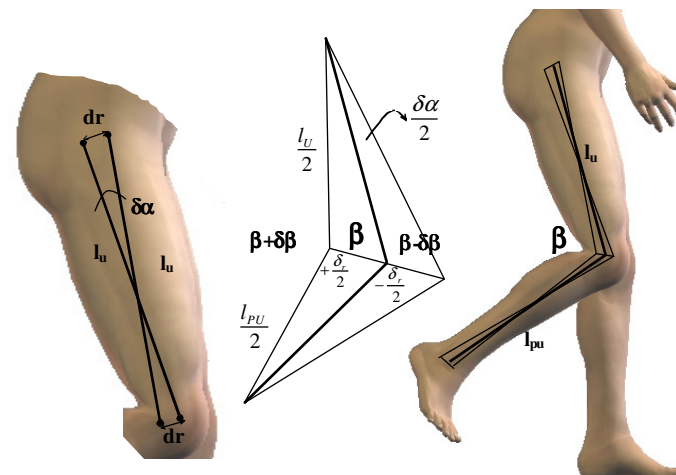
$$\delta\omega = \left| \frac{\partial f}{\partial \alpha_1} \right| \cdot \delta\alpha + \left| \frac{\partial f}{\partial \alpha_2} \right| \cdot \delta\alpha = \frac{2 \cdot \delta\alpha}{\Delta t} = \frac{0,008}{0,02s} = 0,4 \frac{1}{s} \approx \underline{22\%}, \quad (\text{R. 16})$$

³ korzystamy tutaj z **przybliżenia małych kątów**, w którym trójkąt zbudowany na wcześniej zdefiniowanych odcinkach jest trójkątem prostokątnym, natomiast: $\sin\alpha \approx \alpha$;

⁴ metoda różniczki zupełnej polega na wyliczeniu pochodnej cząstkowej po zlogarytmowaniu obustronnym równania definicyjnego;

gdzie $\Delta t = 0,02s$ jest czasem pomiędzy kolejnymi klatkami filmowymi (odwrotność częstotliwości filmowania). Przy takiej wielkości błędu uzyskania prędkości kątovej liczenie przyspieszenia kątowego mija się z celem.

Błąd oszacowania długości kroku (pojedynczego i podwójnego) zależy ściśle od precyzji umieszczenia markera filmowego. Maksymalny błąd bezwzględny, jaki można popełnić przy obliczaniu np. długości kroku pojedynczego wynosi $\delta L = 2\delta r = \underline{2\text{mm}}$. Co przy długości kroku pojedynczego ok. 700mm daje błąd względny ok. **0,3%**. Należy zwrócić uwagę, że błąd względny będzie się zwiększał w miarę skracania mierzonych dystansów.



Rycina 1. Schemat metody szacowania absolutnego błędu obliczenia kąta stawowego. Opis oznaczeń w tekście. Opracowanie własne.

Błąd obliczenia częstotliwości (δf) obliczono z różniczki zupełnej:

$$\delta f = \left| \frac{df}{dT} \right| \cdot \delta T = \frac{1}{T^2} \cdot \delta T = f^2 \cdot \delta T \approx \underline{0,045} \frac{1}{s}, \quad (\text{R. 17})$$

gdzie częstotliwość, f , jest funkcją jednej zmiennej (czasu cyklu chodu, T) i δT jest równe czasowi możliwej pomyłki o 1klatkę filmową: $\delta T = \underline{0,02s}$ (dla częstotliwości filmowania 50Hz).

Błąd obliczenia prędkości chodu zależy od błędu precyzji położenia markera oraz precyzji wyznaczenia charakterystycznych czasów chodu (dokładności pocięcia sekwencji

ruchu na cykle). Ponieważ prędkość chodu można obliczyć na przykład z iloczynu długość kroku podwójnego i średniej częstotliwości kroczenia ($v=L \cdot f$), poszukiwany błąd wyniesie:

$$\delta v = f \cdot \delta L + L \cdot \delta f \cong \mathbf{0,07 \text{ m/s}}, \quad (\text{R. 18})$$

dla długości kroku podwójnego $L=1,4\text{m}$, częstotliwości chodu $f=1,5 \text{ kr/s}$ i $\delta f=0,045\text{kr/s}$.

Wyznaczając maksymalne błędy związane z precyzją lokalizacji markera należy pamiętać, że błąd przypadkowy umieszczenia markera i tym samym błędy przenoszone na inne parametry biomechaniczne, są w znacznej mierze zmniejszone poprzez zastosowanie procedury wygładzania przebiegów położenia markera w czasie. Stopień zniwelowania błędu zależy od metody wygładzania (doboru odpowiedniego filtru) i jest niemożliwy do oszacowania.